電機機械基本概念

李淵全著 全威圖書提供

◎ 變壓器及旋轉電機都是利用磁性材料來導引磁場。

◎ 借由電與磁場間相互轉換關係，以完成能量轉換。

◎ 分析及描繪磁場特性了解此類裝置基本要件。

◎ 對磁路，電磁感應等特性予以介紹。

◎ 對磁感應變壓器及旋轉電機構造、原理、效率、運用等特性予以詳細分析。

1-1　電磁場

當導體通有電流時，其週圍將產生磁場，此磁場稱為電磁場，依安培定律可得：

$$\int_s \tilde{J} \bullet d\tilde{A} = \oint \tilde{H} \bullet d\tilde{\ell} \tag{1-1}$$

(a)　　　　　　　　(b)

圖 1-1　載有電流導體磁場方向

1-2 磁動勢、磁通、磁場強度、磁通密度、導磁係數與磁阻

一、磁動勢$\Im$：

磁動勢$\Im$為磁路內建立磁通ϕ所需磁力，單位為安匝(AT)，即

$$\Im = NI = \sum_{i=1}^{n} N_i I_i = \sum_{i=1}^{n} H_i \ell_i \qquad (1\text{-}2)$$

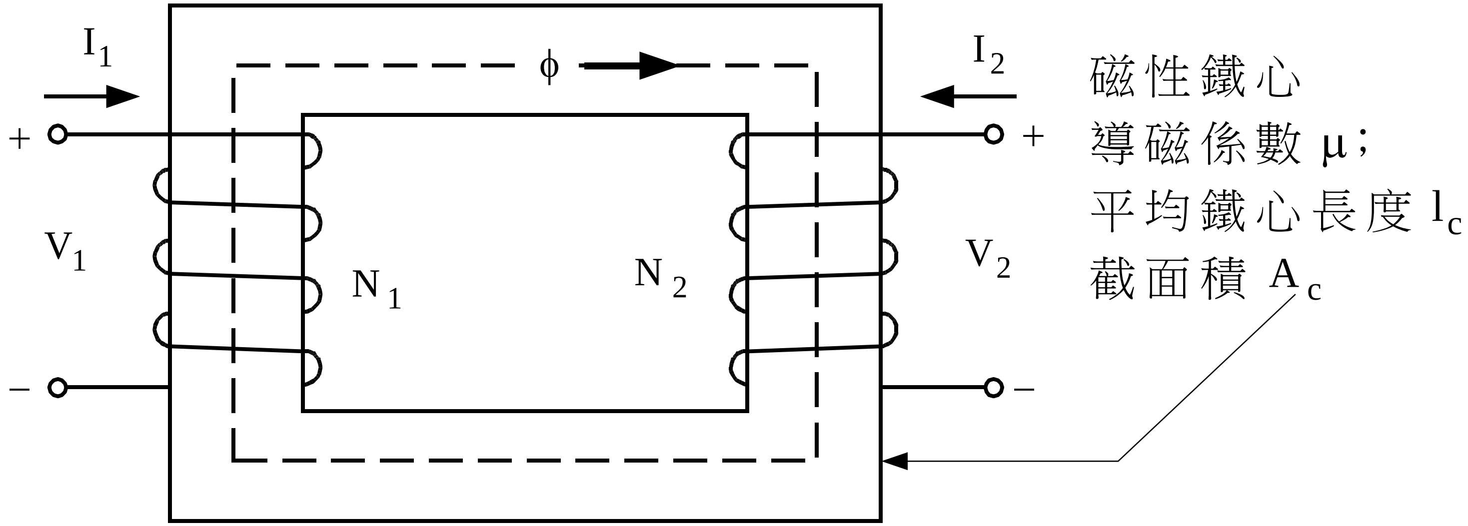


圖 1-2　具有雙繞組磁路

$$\Im = N_1 I_1 + N_2 I_2 = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 \qquad (1\text{-}3)$$

二、磁通 ϕ ：

◎ 磁通 ϕ 為通過鐵心和氣隙磁力線總數，其單位

◎ CGS 制：線或馬克士威

◎ MKS 制：韋伯（1韋伯 $= 10^8$ 線 $= 10^8$ 馬克士威）

三、磁場強度 H：

◎ 磁場強度 H 為磁路中每單位長度磁動勢

◎ 其單位為安匝/米 (AT / m)

$$H = \frac{\Im}{\ell} = \frac{NI}{\ell} \tag{1-4}$$

四、磁通密度 B：

磁通密度 B 為單位面積垂直通過磁力線總數，即

$$B = \frac{\phi}{A} \tag{1-5}$$

單位：CGS 制：線/公分^{2}或高斯

MKS 制：韋伯/米^{2}或特斯拉

五、導磁係數μ ：

導磁係數μ 為磁力線通過物質容易與否程度，單位為韋伯/安匝・米 $(Wb / AT \cdot m)$。

$$\mu = \frac{B}{H} = \mu_o \mu_r \qquad (1\text{-}6)$$

μ_o 為真空或空氣導磁係數，CGS 制為 1，MKS 制為 $4\pi \times 10^{-7}$。μ_r 為相對導磁係數，依導磁性質可區分為：

1. 非磁性物質，其$\mu_r \cong 1$，如金、銀、銅、鋁、空氣等。
2. 鐵磁性物質，其$\mu_r >> 1$，如鐵、鎳、鈷與高導磁合金等，其值約 $2000 < \mu_r < 8000$，因此鐵心導磁係數高出空氣甚多，故磁通幾乎全被限制在鐵心內。

六、磁阻$\Re$：

磁阻$\Re$為阻止磁通穿過磁路阻力，其單位為安匝/韋伯

(AT / Wb)

$$\Re = \frac{\ell}{\mu A} = \frac{\Im}{\phi} \qquad (1\text{-}7)$$

例 1-1

設有磁通 4×10^{-2} 韋伯，垂直通過 $20\ \text{cm} \times 50\ \text{cm}$ 截面積，試求磁通密度為若干？

解 (1) 採用 CGS 制

$$\phi = 4 \times 10^{-2} \times 10^{8} = 4 \times 10^{6} \text{ 線}$$

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4 \times 10^{6}}{20 \times 50} = 4000 \quad \text{線}/\text{公分}^{2}(\text{高斯})$$

(2) 採用 MKS 制

$$\phi = 4 \times 10^{-2} \quad \text{韋伯}$$

$$A = 20\ \text{cm} \times 50\ \text{cm} = 1000\ \text{cm}^{2} = 0.1\ \text{m}^{2}$$

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4 \times 10^{-2}}{0.1} = 0.4 \quad \text{韋伯}/\text{米}^{2}(\text{特拉斯})$$

例 1-2

一長螺線管置入截面積 A 鐵心中，測得磁通 20000 線，若抽去鐵心而螺線管磁通變 5 線，試求鐵心相對導磁係數若干？

解 設經過鐵心磁通為 ϕ，磁場強度 H，則鐵心導磁係數 μ

$$\mu = \frac{\phi}{AH}$$

設空氣中磁通為 ϕ_o，則空氣中導磁係數 μ_o

$$\mu_o = \frac{\phi_o}{AH}$$

∴鐵心相對導磁係數 μ_r

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{\phi}{\phi_o} = \frac{20000}{5} = 4000$$

例 1-3

如圖 1-3 所示鐵心磁路，其截面積 2 平方公分，平均周長 60 公分，將 600 匝線圈繞於其上，當線圈通以 0.5 安培電流時測得磁通量 4×10^{-6} 韋伯，試求該磁路之：(1)磁動勢；(2) 鐵心磁阻；(3)鐵心中磁通密度；(4)導磁係數；(5)相對導磁係數。

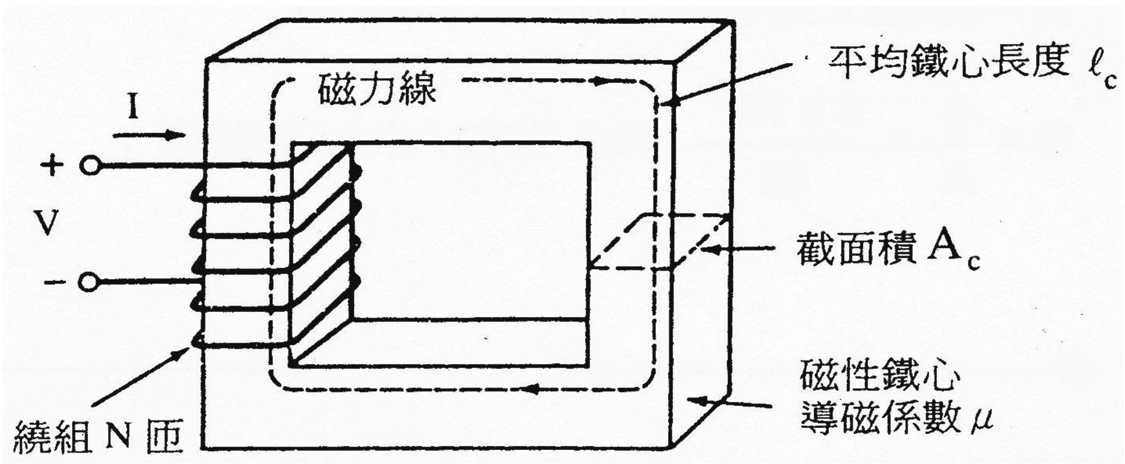


圖 1-3　鐵心磁路

解 (1)磁動勢 $\mathfrak{I}$

$$\mathfrak{I} = NI = 600 \times 0.5 = 300 \quad \text{安匝}$$

(2)磁阻 $\mathfrak{R}$

$$\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{I}}{\phi} = \frac{300}{4 \times 10^{-6}} = 7.5 \times 10^{7} \quad \text{安匝 / 韋伯}$$

(3)磁通密度 B

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^{-2} \quad \text{韋伯 / 米}^{2}$$

(4) 導磁係數 μ

$$\because H = \frac{NI}{\ell} = \frac{300}{60 \times 10^{-2}} = 500 \quad \text{安匝 / 米}$$

$$\therefore \mu = \frac{B}{H} = \frac{2 \times 10^{-2}}{500} = 4 \times 10^{-5} \quad \text{韋伯 / 安匝} \cdot \text{米}$$

(5) 相對導磁係數 μ_r

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_o} = \frac{4 \times 10^{-5}}{4\pi \times 10^{-7}} = 31.83$$

1-3　磁　路

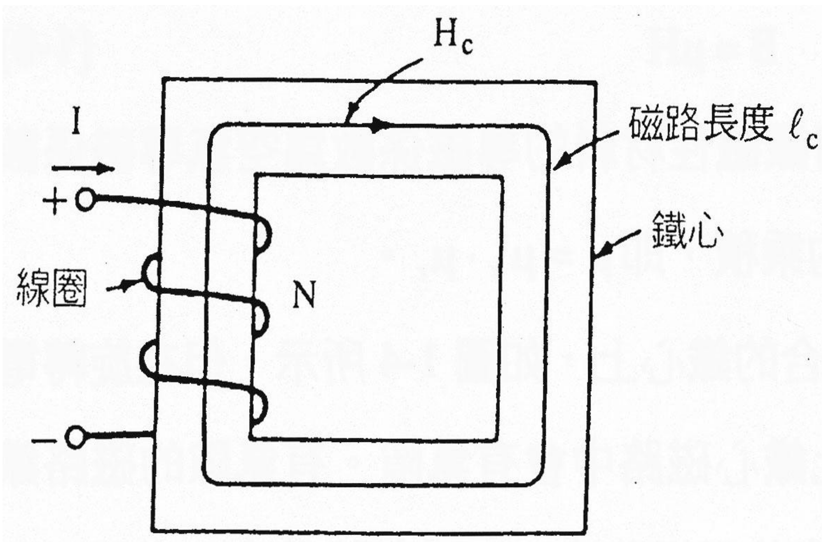


圖 1-4　簡單鐵心磁路

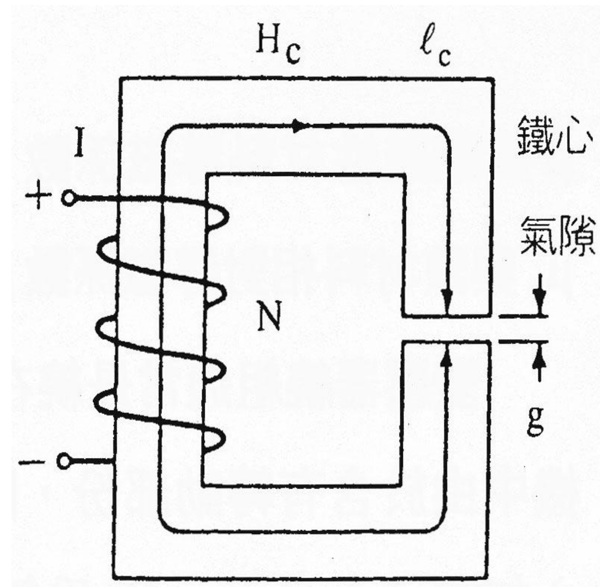


圖 1-5　含氣隙磁路

鐵心磁路如圖 1-4 所示，應用安培定律可得：

$$NI = H\ell \qquad (1\text{-}8)$$

磁場強度 H 相對磁通密度 B，其關係為：

$$B = \mu H \qquad (1\text{-}9)$$

(圖1-5)

$\mu=\mu_o \cdot \mu_r$ 為鐵磁性材料導磁係數。應用安培定律可得：

$$NI = H_c \ell_c + H_g g \qquad (1\text{-}10)$$

將 $H_c = B_c/\mu$，$H_g = B_g/\mu_o$ 式代入 (1-10) 式，得

$$NI = \frac{B_c}{\mu_c} \times \ell_c + \frac{B_g}{\mu_o} \times g \qquad (1\text{-}11)$$

磁通量：

$$\phi = B_c A_c = B_g A_g \tag{1-12}$$

可得

$$NI = \frac{\ell_c}{\mu_c A_c}\phi + \frac{g}{\mu_o A_g}\phi \tag{1-13}$$

$$= \Re_c \cdot \phi + \Re_g \cdot \phi$$

$$= (\Re_c + \Re_g) \cdot \phi \tag{1-14}$$

$\Re_c$和$\Re_g$分別為磁路中鐵心與氣隙磁阻

例1-4

設有一磁路如圖 1-5 所示，已知 $A_c = 9\ cm$ ，$A_g = 9\ cm$ ，$g = 0.05\ cm$，$\ell_c = 70\ cm$，$N = 500$ 匝。若鐵心相對導磁係數 $\mu_r = 7000$ ，$B_c = 1\ Wb/m^2$。設如圖 1-6 所示氣隙邊緣效應不考慮，試求：(1) 線圈電流 I 多少安培？；(2 磁路中磁通 ϕ 與磁通鏈 λ ，$\lambda = N\phi$ 各多少？

解 (1)由 (1-11) 式知：

$$NI = \frac{B_c}{\mu_c} \times \ell_c + \frac{B_g}{\mu_o} \times g$$

因 $\phi = B_c A_c = B_g A_g$

且 $A_c = A_g$ (氣隙邊緣效應忽略不計)

則 $B_c = B_g$

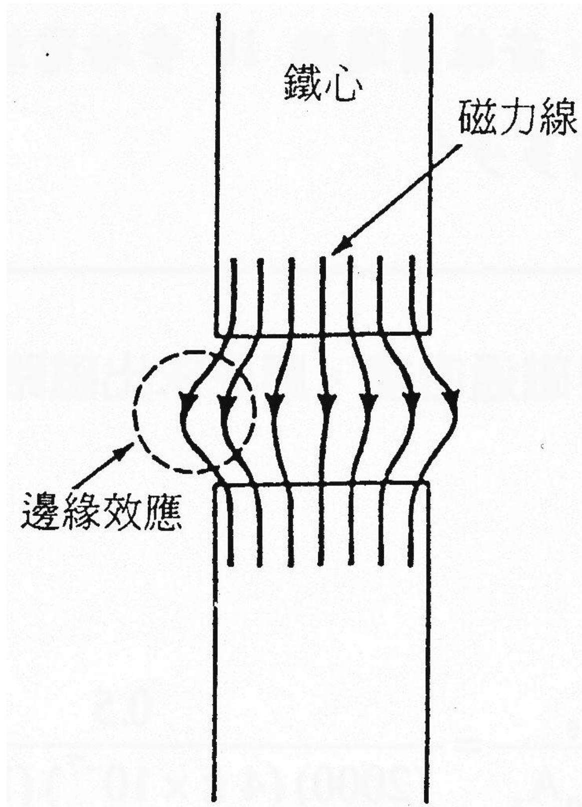


圖 1-6　氣隙中邊緣效應

故線圈中電流 I：

$$I = \frac{B_c}{\mu_o N} \times \left(\frac{\ell_c}{\mu_r} + g \right)$$

$$= \frac{1}{4\pi \times 10^{-7} \times 500} \times \left(\frac{0.7}{7000} + 0.0005 \right)$$

$$= \frac{(1+5) \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7} \times 500} = 0.955 \quad \text{安培}$$

(2)由 (1-12) 式知

$$\because \quad \phi = B_c A_c = B_g A_g = 1 \times 9 \times 10^{-4} = 9 \times 10^{-4} \quad \text{韋伯}$$

$$\therefore \quad \lambda = N\phi = 500 \times 9 \times 10^{-4} = 0.45 \quad \text{韋伯-匝}$$

例 1-5

如圖 1-7 所示簡單電機，定子平均路徑 $\ell_s = 50$ 公分，截面積 $A_s = 12$ 公分^2。轉子平均路徑 $\ell_r = 5$ 公分，截面積 $A_r = 12$ 公分^2。轉子與定子間上、下兩氣隙長度均為 0.05 公分，而氣隙之截面積(包括邊緣效應) $A_g = 14$ 公分^2。又鐵心相對導磁係數 2000，且鐵心上繞阻線圈 200 匝，若線圈通過 10 安培電流，試求氣隙磁通 ϕ 與磁通密度 B_g 各多少？

解

磁阻 $\Re_s$ ：

$$\Re_s = \frac{\ell_s}{\mu_r \mu_o A_s} = \frac{0.5}{(2000) \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (12 \times 10^{-4})}$$

$$= 165786 \quad 安匝/韋伯$$

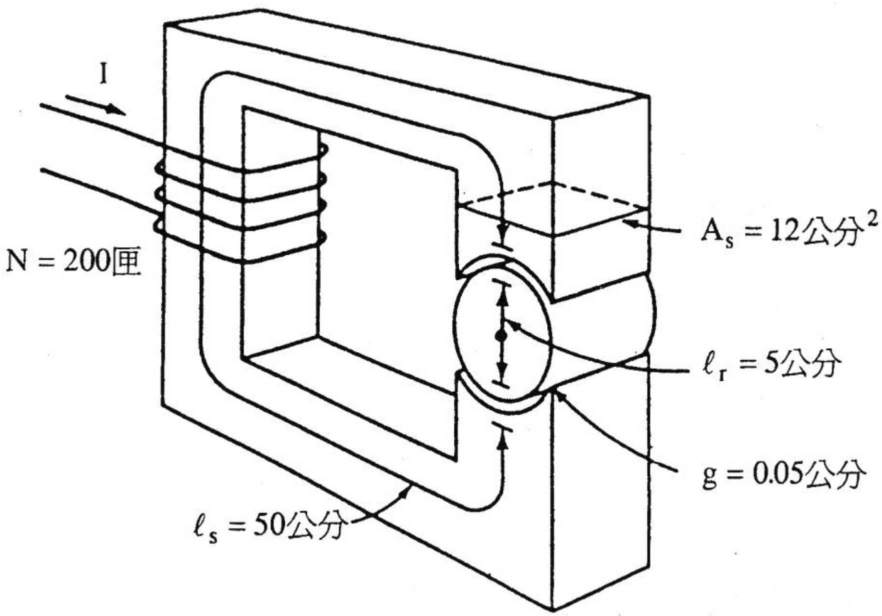


圖 1-7　簡單電機

轉子磁阻$\Re_r$：

$$\Re_r = \frac{\ell_r}{\mu_r \mu_o A_r} = \frac{0.05}{(2000) \times (4\pi \times 10^{-7}) \times (12 \times 10^{-4})}$$

$$= 16578 \quad \text{安匝 /韋伯}$$

氣隙磁阻$\Re_g$：

$$\Re_g = \frac{g}{\mu_o A_g} = \frac{0.0005}{(4\pi \times 10^{-7}) \times (14 \times 10^{-4})}$$

$$= 284200 \quad \text{安匝 /韋伯}$$

磁路總磁阻$\Re_{tot}$：

$$\begin{aligned}\Re_{tot} &= \Re_s + \Re_r + 2\Re_g \\ &= 165786 + 16578 + 2 \times 284200 \\ &= 750764 \quad \text{安匝 / 韋伯}\end{aligned}$$

鐵心磁勢：

$$\Im = NI = 200 \times 10 = 2000 \quad \text{安匝}$$

磁路中磁通ϕ：

$$\phi = \frac{\Im}{\Re_{tot}} = \frac{2000}{750764} = 0.00266 \quad \text{韋伯}$$

氣隙磁通密度B_g：

$$B_g = \frac{\phi}{A_g} = \frac{0.00266}{0.0014} = 1.9 \quad \text{韋伯/米}^2$$

1-4　磁路與電路相似性

磁路與電路相似性分述如下：

1.磁動勢：$\mathfrak{I} = N\,I = \phi\,\mathfrak{R}$

電動勢：$V = I\,R$

2.磁阻：$\mathfrak{R} = \dfrac{\ell}{\mu\,A}$

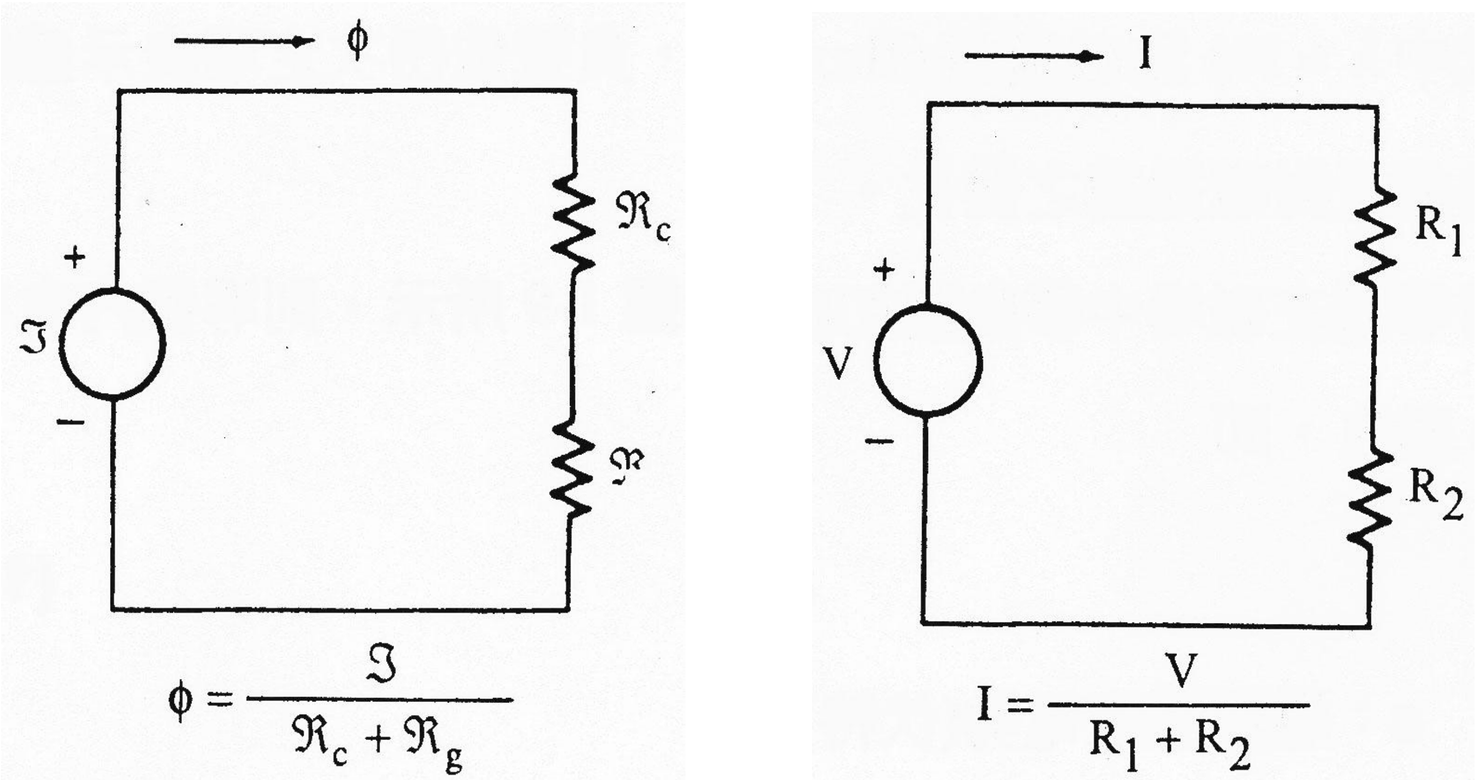
電阻：$R = \rho\,\dfrac{\ell}{A}$

3.磁場強度：$H = \dfrac{\mathfrak{I}}{\ell}$

電場強度：$E = \dfrac{V}{\ell}$

4.磁通密度：$B = \dfrac{\phi}{A} = \mu\,H$

電流密度：$J = \dfrac{I}{A}$



(a) 磁路　　　　　(b) 電路

圖 1-8　磁路與電路間類似性

1-5　電磁感應

一、感應電勢

磁場與電場關係由馬克斯威爾方程式得知

$$\oint_c \tilde{E} \cdot d\tilde{\ell} = -\frac{d}{dt}\int_s \tilde{B} \cdot d\tilde{A} \qquad (1\text{-}15)$$

依法拉第-楞次定律，繞阻兩端感應電勢極性和大小：

$$e = -N \times \frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\lambda}{dt} \qquad (1\text{-}16)$$

當導體在磁場中移動割切磁力線，如圖 1-9 所示，則導體內有電動勢 e 產生，即

$$e = \ell\ \tilde{v} \otimes \tilde{B} \qquad (1\text{-}17)$$

感應電勢

$$\boxed{e = B \times \ell \times v \times \sin\theta \quad (\theta\ \textbf{為導體與磁場方向夾角})} \qquad (1\text{-}18)$$

感應電勢極性由 $\tilde{v} \otimes \tilde{B}$ 方向決定，或佛萊銘右手定則決定。

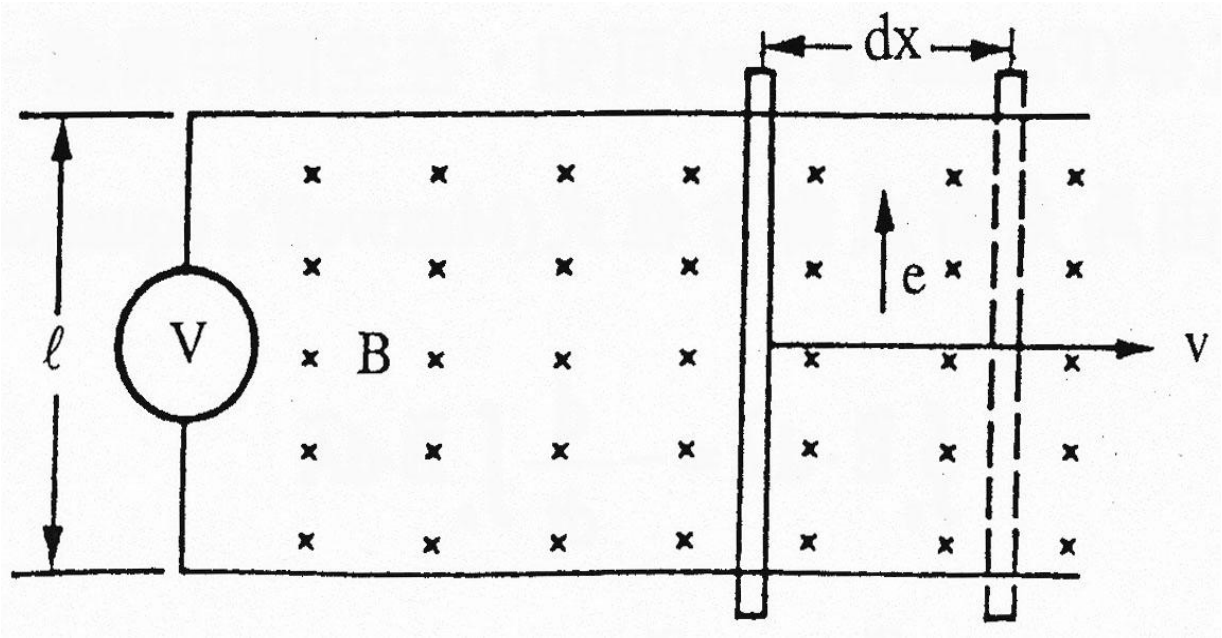


圖 1-9　導體在磁場中移動時，產生速率電勢情形

在電機運轉中，磁通鏈變化有下列三種情形：

1. 導體靜止不動，與所交鏈磁通隨時間發生變動時，導體內有感應電勢產生，此感應電勢為靜止感應電勢，或稱“變壓器電勢”。

2. 磁通密度保持不變，當導體移動時，導體內有感應電勢產生，此感應電勢為運動電勢，或稱“速率電勢”。

3. 如磁通量和導體位置均同時發生變動時，則在導體內同時有“變壓器電勢”與“速率電勢”產生。

二、電磁力

在一均勻磁場中放置一導體 AB，導體電流自 A 端流向 B 端，則該導體將受有電磁力作用而移動，其電磁力：

$$\tilde{F} = \ell\,\tilde{I} \otimes \tilde{B} \qquad (1\text{-}19)$$

導體電磁力 F 大小

$$\boxed{F = B \times \ell \times I \times \sin\theta \quad (\theta\text{為導體與磁場方向夾角})} \qquad (1\text{-}20)$$

導體電磁力方向由 $\tilde{I} \otimes \tilde{B}$ 方向，或佛萊銘左手定則決定。

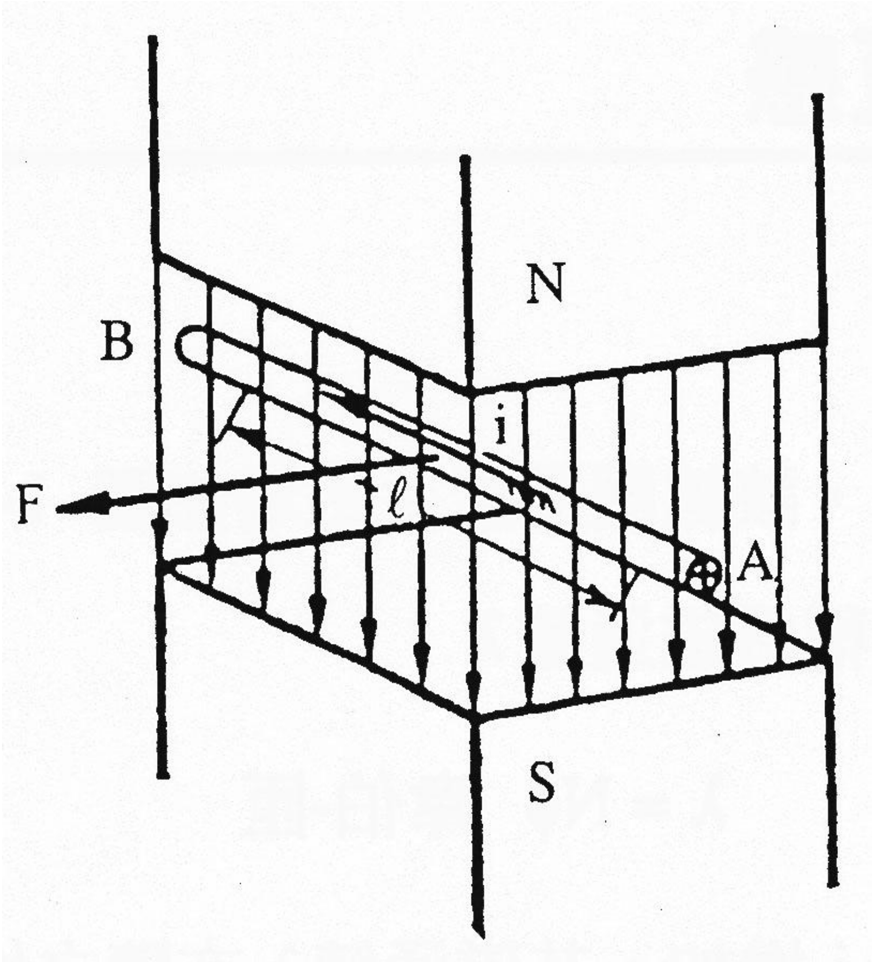


圖 1-10　電磁力產生

例 1-6

　　如圖 1-9 所示，在一 U 型導線上，將長 20 公分導體置於其上移動，有一均勻磁通密度 4 韋伯/米^{2}垂直於該 U 形導體平面，磁場方向進入紙面，試求：(1) 若導體以 3 公尺/秒速率移動，則導體兩端所感應電動勢若干？；(2) 若導體通有 10 安培電流，則導體產生力有多少牛頓？

解

(1) $e = B \times \ell \times v = 4 \times 0.2 \times 3 = 2.4$ 伏

(2) $F = B \times \ell \times I = 4 \times 0.2 \times 10 = 8$ 牛頓

1-6　自感與互感

一、自　感

當電流通過線圈時，該線圈即產生磁場如圖 1-11 所示。線圈匝數 N 與磁通量ϕ乘積稱磁通鏈λ：

$$\lambda = N\phi \qquad \text{韋伯-匝} \qquad (1\text{-}21)$$

若通過線圈電流 i 增加，其磁通鏈λ亦隨之增大，線圈立即感應一電勢以反抗磁通鏈增加，此電流變化所感應電勢稱為自感應電勢，其大小：

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d\lambda}{di} \times \frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt} \qquad (1\text{-}22)$$

式中 $L = d\lambda/di$ 為電流變化所產生磁通鏈變化稱線圈自感，單位為亨利。

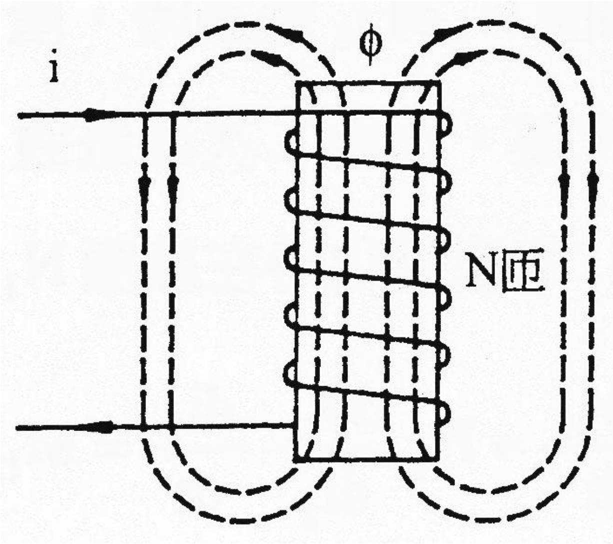


圖 1-11　自　感

二、互　感

相鄰兩繞組線圈，當一線圈電流發生變化時，另一線圈磁通鏈即產生變動而產生一感應電勢現象稱為互感應。

圖 1-12(a) 所示，線圈 N_1 通過 i_1 電流時產生 $\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$ 磁通。其中 ϕ_{11} 僅與線圈 N_1 相交鏈，為一次漏磁通，ϕ_{12} 與線圈 N_2 經由鐵心相交鏈稱為互磁通。當 i_1 電流變化時，穿過線圈 N_2 磁通 ϕ_{12} 即發生變化，線圈 N_2 將感應一電勢，此電勢稱為互感電勢。線圈 N_2 所產生互感電勢 e_{21}

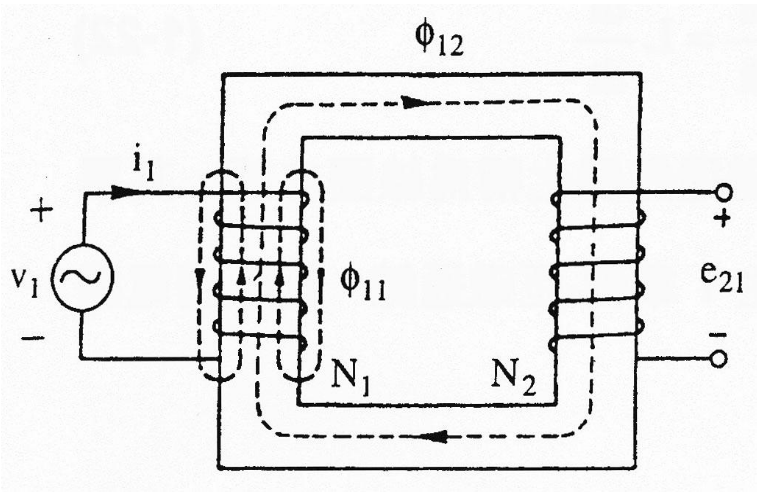
$$e_{21} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = N_2 \frac{d\phi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt} \text{ 伏特} \qquad (1\text{-}23)$$

式中$M_{21} = N_2 \dfrac{d\phi_{12}}{d i_1}$為線圈$N_1$對線圈$N_2$互感。

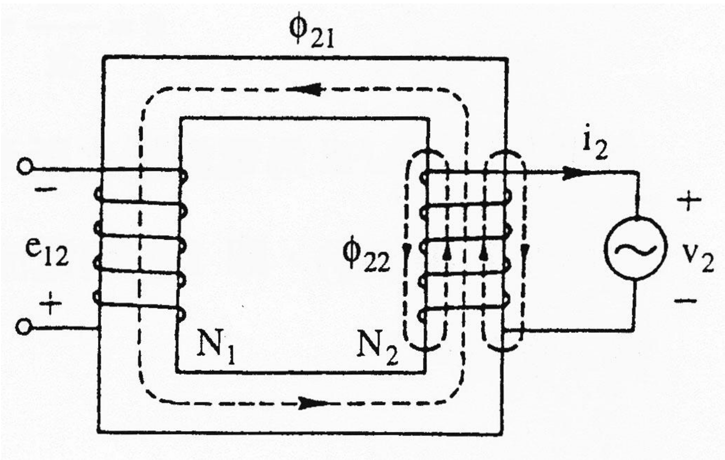
同理，當i_2電流變化時在線圈N_1感應互感電勢e_{12}。

$$e_{12} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{d i_2}\frac{d i_2}{dt} = M_{12}\frac{d i_2}{dt} \quad \text{伏特} \qquad (1\text{-}24)$$

式中$M_{12} = N_1 \dfrac{d\phi_{21}}{d i_2}$為線圈$N_2$對線圈$N_1$互感。



(a)



(b)

圖 1-12　互　感

三、自感與互感關係

圖 1-12 所示線圈 N_1 與線圈 N_2 自感分別

$$L_1 = \frac{(\phi_{11} + \phi_{12})N_1}{i_1} = \frac{\phi_1 N_1}{i_1} \tag{1-25}$$

$$L_2 = \frac{(\phi_{22} + \phi_{21})N_2}{i_2} = \frac{\phi_2 N_2}{i_2} \tag{1-26}$$

由於磁路結構對線圈 N_1 與 N_2 皆相同，所以互感

$M_{12} = M_{21} = M$，互感 M 對於自感 L_1 與 L_2 關係

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \tag{1-27}$$

k 為線圈 N_1 與 N_2 耦合係數，且 $0 \le k \le 1$。

例 1-7

設 $N_1 = 50$ 匝， $N_2 = 500$ 匝兩線圈相鄰置放，若 N_1 線圈通過 5 安培電流時產生 0.06 韋伯磁通，其中有 0.055 韋伯與 N_2 交鏈，而 N_2 通過 5 安培電流時產生 0.6 韋伯磁通，其中有 0.55 韋伯與 N_1 交鏈，試求：(1) N_1 線圈自感；(2) N_2 線圈自感；(3) 兩線圈間互感；(4) 兩線間耦合係數。

解

(1) N_1 線圈自感 $L_1 = \dfrac{N_1 \phi_1}{i_1} = \dfrac{50 \times 0.06}{5} = 0.6$ 亨利

(2) N_2 線圈自感 $L_2 = \dfrac{N_2 \phi_2}{i_2} = \dfrac{500 \times 0.6}{5} = 60$ 亨利

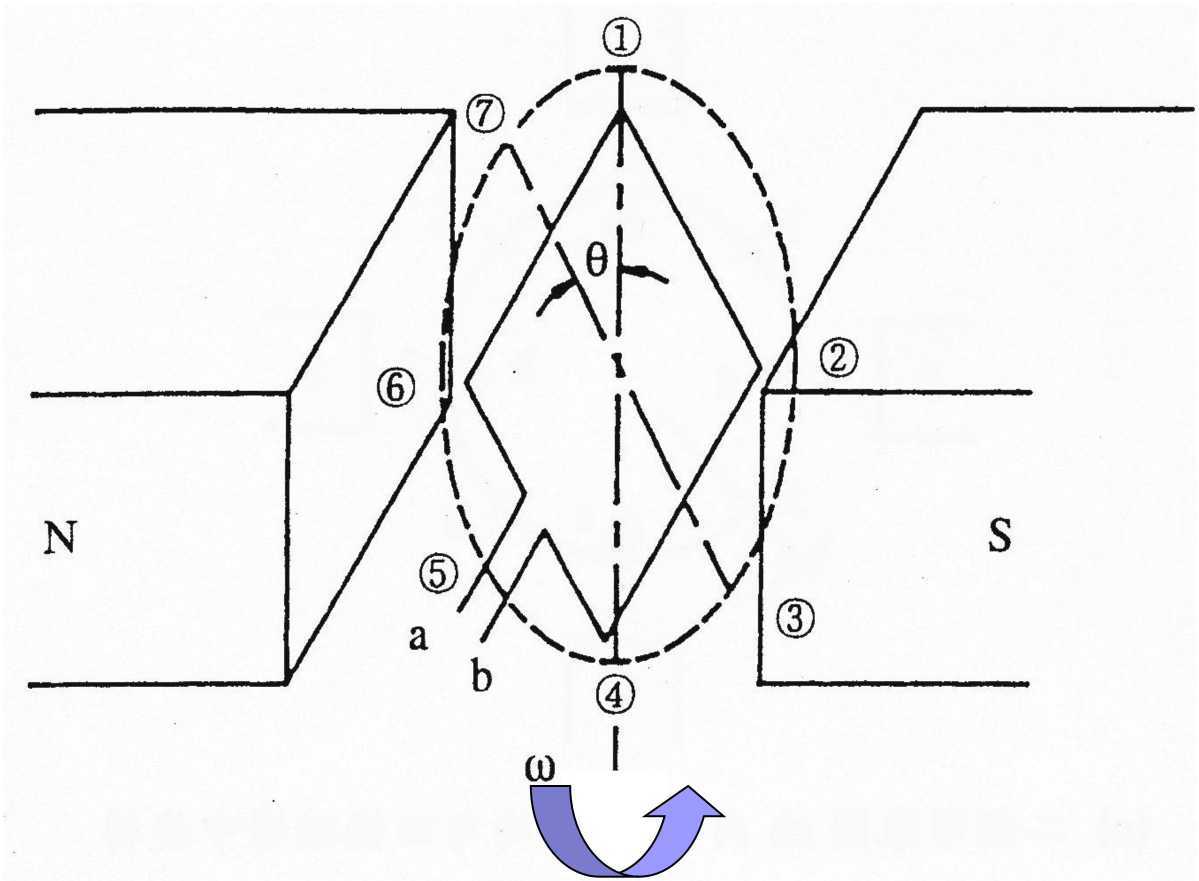
(3)兩線圈互感 $M = \dfrac{N_2 \phi_{12}}{i_1} = \dfrac{500 \times 0.055}{5} = 5.5$ 亨利

(4)兩線圈耦合係數 $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \dfrac{5.5}{\sqrt{0.6 \times 60}} = 0.916$

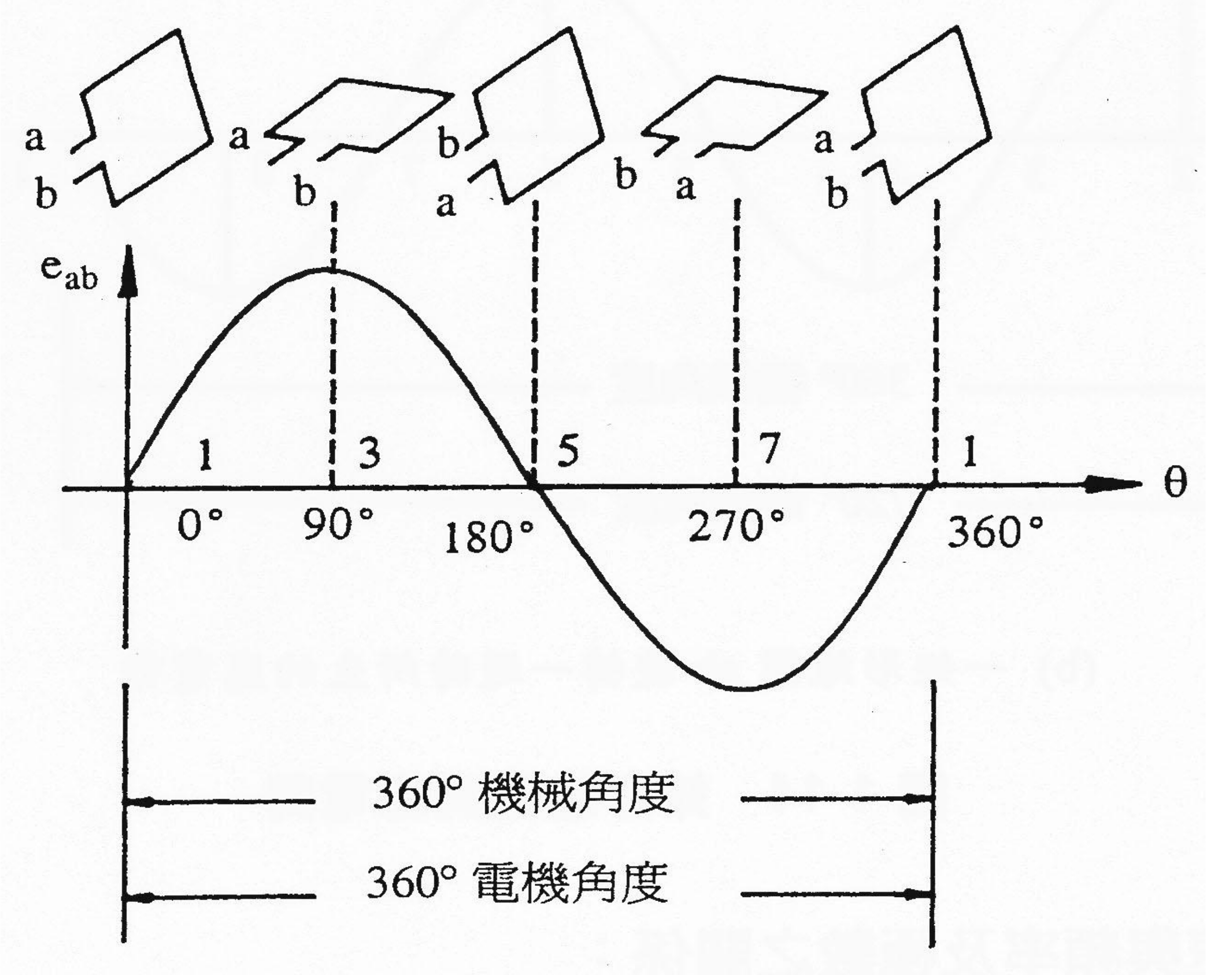
1-7　正弦波產生及其頻率與週期

一、正弦波產生

圖 1-13(a) 所示為一單匝矩形線圈在磁極 N 與 S 均勻磁場中，以均勻速率作順時鐘旋轉，此線圈將割切磁力線產生應電勢。則線圈應電勢由 $e_{ab} = 2B\ell v \sin \omega t$ 決定，其所產生交流正弦波電壓如圖 1-13(b) 所示。



(a) 線圈在均勻磁場中旋轉



(b) 線圈產生正弦波應電勢

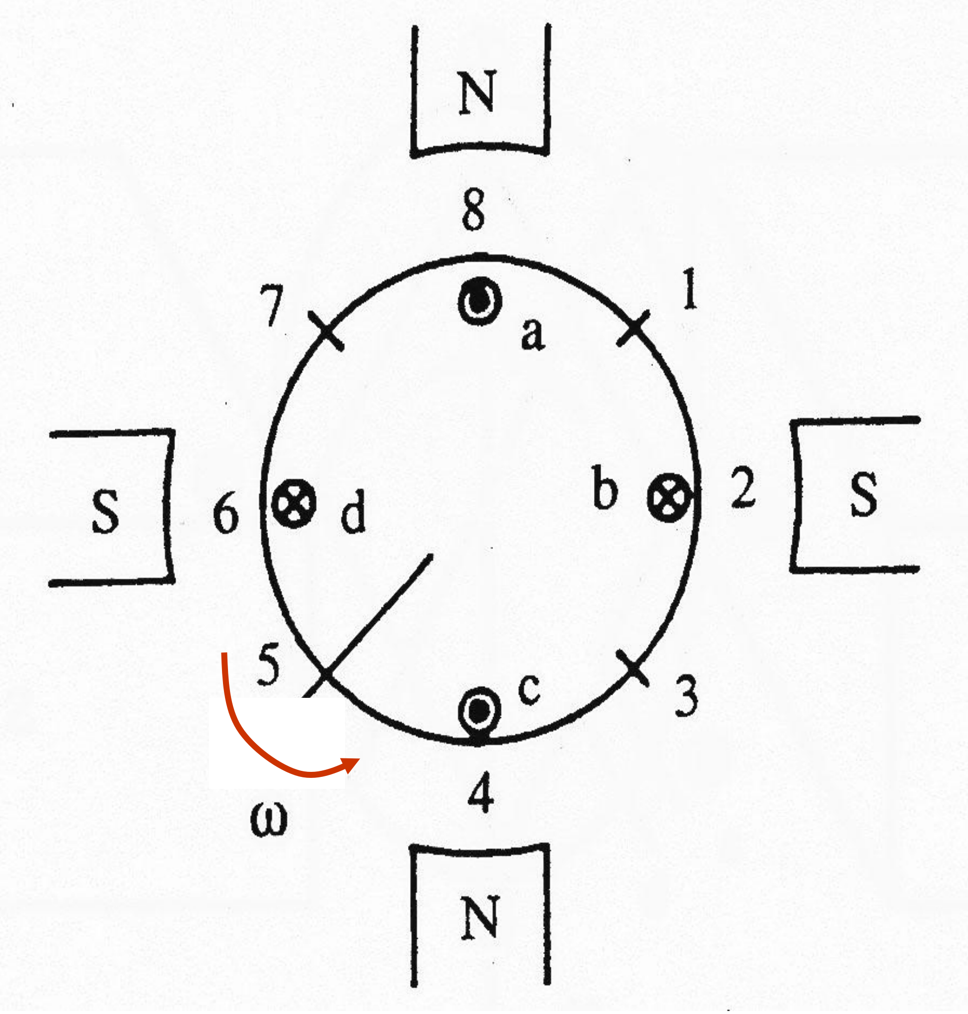
圖 1-13　線圈與應電勢

二、頻率與週期

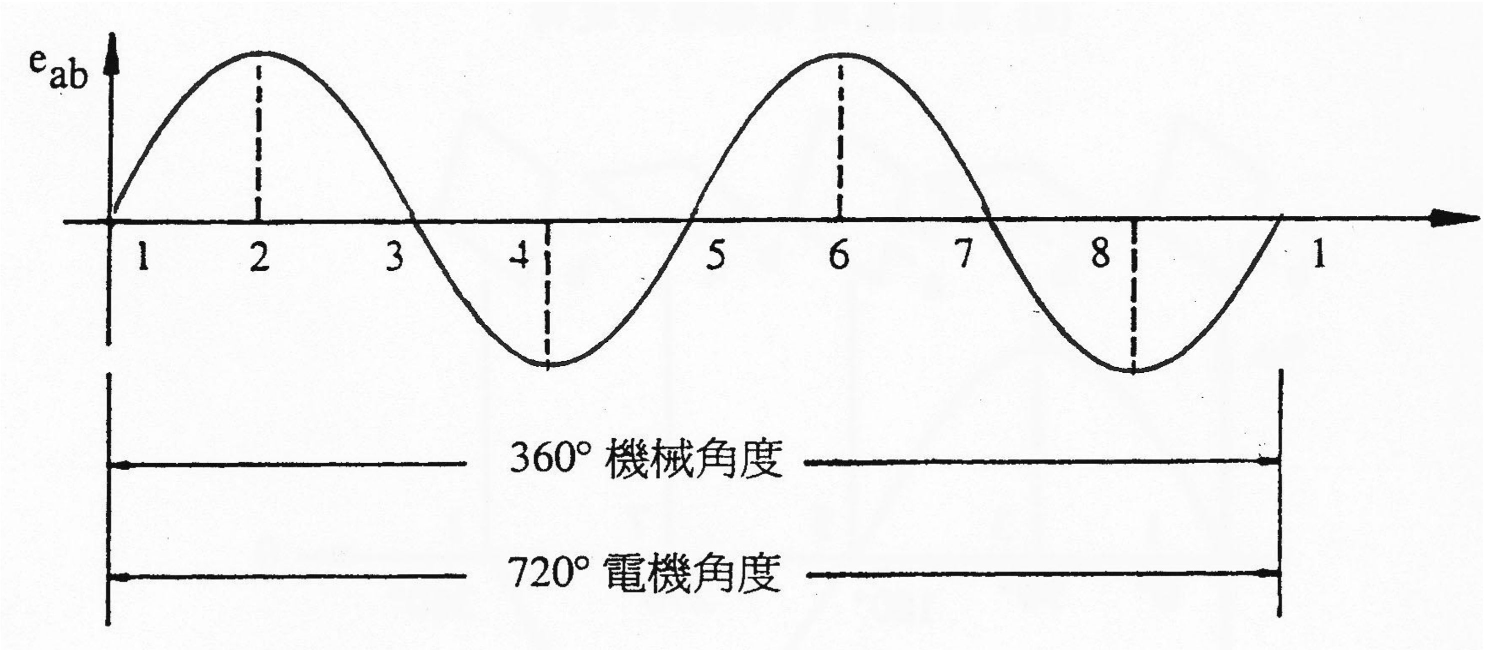
1. 電機角與機械角關係

由圖 1-13 所示一矩形線圈於二極均勻磁場中旋轉一週(360°機械角)，可產生一週正弦波應電勢(360°電機角)。由圖 1-14 所示一矩形線圈在四極均勻磁場中旋轉一週(360°機械角)可產生二週正弦波應電勢(720°電機角)。由上述可得電機角與機械角關係為

$$\boxed{\theta_e = \frac{P}{2} \times \theta_m} \qquad (1\text{-}28)$$



(a) 二矩形線圈 ab 與 cd 在一均勻四極磁場中旋轉



(b) 一矩形線圈 ab 旋轉一週所生應電勢

圖 1-14　矩形線圈與應電勢

2.頻率 f 與週期 T：

週期性電壓或電流在一秒內重複出現完整正弦波次數稱為頻率，以 f 表示，其單位為赫芝 (Hz)。

週期 T 與頻率 f 關係

$$\boxed{T = \frac{1}{f}} \tag{1-29}$$

3.電機轉速與頻率及極數關係：

對一 P 極電機，矩形線圈旋轉一週可完成 P / 2 週完整正弦波電壓，若一矩形線圈每分鐘以 n 轉驅動，產生應電勢頻率 f

$$\boxed{f = \frac{P}{2} \times \frac{n}{60}} \tag{1-30}$$

例1-8

一部四極交流電機每分鐘轉速 1800 rpm，則此電機：(1 頻率；(2) 週期；(3) 每一機械角產生若干電機角？

解 (1) $f = \frac{P \times n}{120} = \frac{4 \times 1800}{120} = 60 \quad \text{Hz}$

(2) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60}$ 秒

(3) $\theta_e = \frac{P}{2} \times \theta_m = \frac{4}{2} \times 1° = 2°$

1-8 線圈轉矩

圖 1-15 所示一矩形線圈置於磁通密度 B 均勻磁場中，線圈邊長度ℓ，若線圈通以電流 I，則 N 匝線圈邊受力 F

$$F_{線圈} = N B \ell I \quad 牛頓 \qquad (1\text{-}31)$$

由圖 1-16 知線圈 AB 受力方向朝上，線圈 CD 受力方向朝下，線圈將被推動旋轉，其旋轉方向為順時鐘。轉矩大小

$$T = 2F \cdot r = 2NB\ell Ir = NB\ell Id = NBIA \quad 牛頓\text{-}米 \qquad (1\text{-}32)$$

當線圈旋轉後，線圈轉矩

$$\boxed{T = N I B A \cos\theta} \qquad (1\text{-}33)$$

當線圈平面與磁場方向垂直，即$\theta = 90°$時，轉矩為零。若線圈平面與磁場平行，即$\theta = 0°$時，轉矩最大。

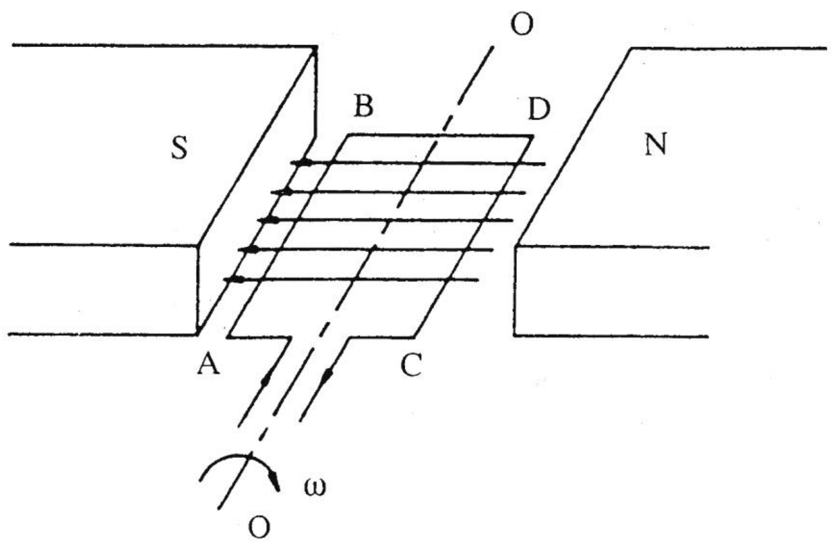


圖 1-15　載有電流矩形線圈在磁場中所受作用力

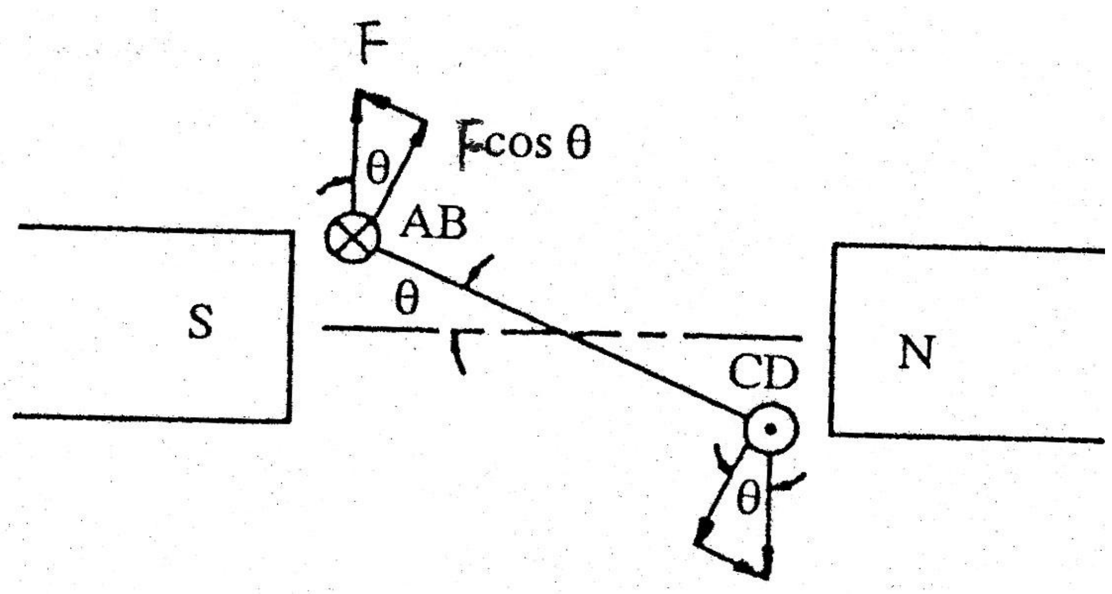


圖 1-16　線圈邊所產生轉矩

例 1-9

有一邊長 4 公分 10 匝正方形線圈，置於磁通密度 0.2 韋伯/米^{2}磁場中，若流過線圈電流 10 安培，試求：(1) 當線圈面與磁場垂直時其轉矩若干？；(2) 若平行時其轉矩若干？；(3) 線圈面與磁場成60°時轉矩若干？

解 (1) $\because \theta = 90°$

$\therefore T = NIBA\cos 90° = 0$ 牛頓-米

(2) $\because \theta = 0°$

$\therefore T = NIBA\cos 0° = 10 \times 10 \times 0.2 \times (0.04)^2$

$= 0.032$ 牛頓-米

(3) $\because \theta = 60°$

$\therefore T = NIBA\cos 60° = 10 \times 10 \times 0.2 \times (0.04)^2 \times \frac{1}{2}$

$= 0.016$ 牛頓-米

1-9　旋轉運動與功率關係

一、角位移與角速度

1. 角位移θ：

角位移θ是由某一參考軸所測量角度大小，一般以徑度或度為單位，其方向若由參考軸依反時鐘所測量角度定為正角度，則由順時鐘方向所測量角度則定為負角度。

2.角速度ω：

角速度ω為角位移對時間變化率，正負方向與角位移定義相同，其單位為徑度/秒，其定義為

$$\omega = \frac{d\,\theta}{d\,t} \qquad (1\text{-}34)$$

二、轉矩與功率關係

對旋轉物體而言，功定義為轉矩與角位移積分

$$W = \int T \cdot d\theta \tag{1-35}$$

若轉矩為定值，則上式可簡化

$$W = T \cdot \theta \tag{1-36}$$

功率定義為單位時間功變化，即

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt} = T\frac{d\theta}{dt} = T \cdot \omega} \tag{1-37}$$

例 1-10

有一三相 220V，10HP，1760rpm，60Hz 及滿載電流 15A 感應電機，試求滿載時轉軸輸出轉矩多少？

解 $P = 10 \times 746 = 7460$ 瓦

$$\omega = 2\pi \times \frac{1760}{60} = 184.3 \quad \text{徑 / 秒}$$

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{7460}{184.3} = 40.48 \quad \text{牛頓-米}$$

1-10　磁滯與渦流

一、磁　滯

鐵磁性材料磁化性能是非線性變化，線型近似圖 1-17 所示曲線，為 B 與 H 關係曲線，稱為B–H 曲線。所有磁性材料都有飽和現象，所以磁化曲線又稱飽和曲線。

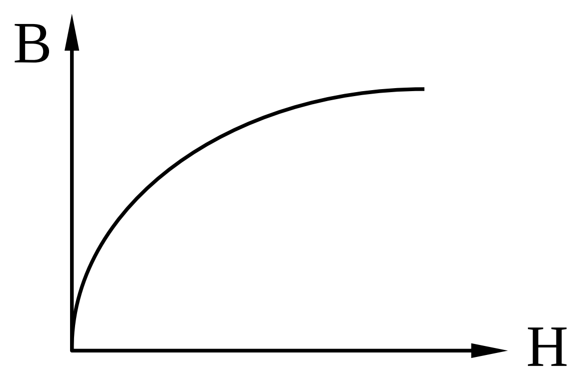


圖 1-17　B–H 曲線

磁性材料磁化循環一次所變化磁化曲線稱為磁滯迴線，如圖 1-18 所示。

磁滯迴線所包含面積為鐵心每單位體積磁化循環一次所消耗能量，稱為磁滯損失。依司坦麥茲實驗結果，磁滯損失 P_h

$$P_h = k_h B_m^n f \qquad \text{瓦} / \text{米}^3 \qquad (1\text{-}38)$$

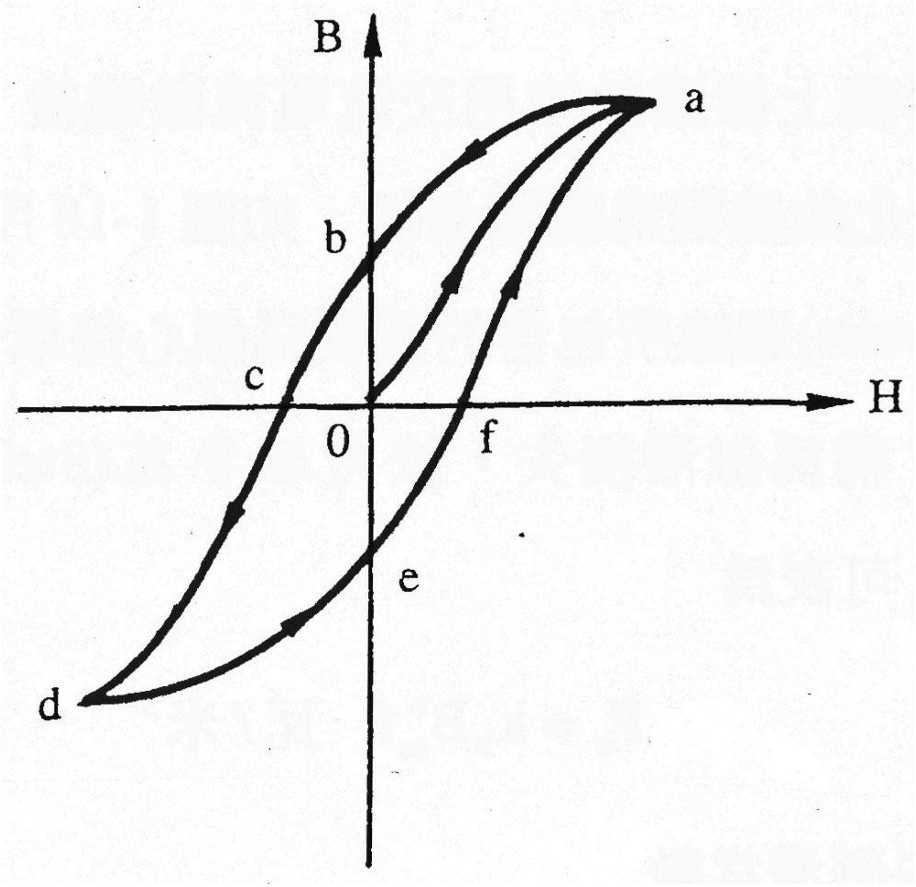


圖 1-18　磁滯曲線

二、渦　流

當線圈電流變化時，鐵心磁場亦隨之改變，因此鐵心內將產生感應電勢。由於鐵心為良導體，所以鐵心內部有漩渦電流產生，此電流稱為渦流。此渦流經由鐵心電阻而引起功率損失稱為渦流損失。鐵心每單位體積渦流損失 P_e

$$\boxed{P_e = k_e B_m^2 f^2 t^2 \quad \text{瓦/米}^3} \tag{1-39}$$

渦流損失與鐵心厚度平方成正比，為減少渦流損失，因此電機鐵心皆使用疊片製成。故常加入 3～4%矽材料到鐵心中，使電阻係數增大，以減少損失。

1-11　標么值分析

標么值法提供電力系統分析許多好處，它可省去系統中每一個變壓器兩側電壓、電流和阻抗轉換，所以可以減少計算上錯誤。另外使用標么值法也不需要將三相電路轉換成單相電路。

在標么值法中，任何電機量都可以用實際值和所選擇基值 (Base) 間的比值來代表。

取基值時電機量有四個基本量必需考慮：功率(Sbase)、電壓 (Vbase)、電流 (Ibase) 和阻抗 (Zbase)。選定功率基值可用在電力系統所有部分，而電壓、電流和阻抗在變壓器兩側所採用的基值有所不同。

標么值計算如下：

$$標么 = \frac{實際值}{基值} \tag{1-40}$$

$$S_{p\mu} = \frac{P + jQ}{S_{base}} = P_{p\mu} + jQ_{p\mu} \tag{1-41}$$

$$V_{p\mu} = \frac{V}{V_{base}} \tag{1-42}$$

$$I_{p\mu} = \frac{I}{I_{base}} \tag{1-43}$$

$$Z_{p\mu} = \frac{Z}{Z_{base}} \tag{1-44}$$

1.單相系統：基值間關係為

$$S_{base} = V_{base} I_{base} \quad (1\text{-}45)$$

$$V_{base} = I_{base} Z_{base} \quad (1\text{-}46)$$

先決定兩個基值，再求另兩個基值，而功率與電壓基值是最常被選用。其他兩個基值可由下列關係式得到

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} \quad (1\text{-}47)$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} \quad (1\text{-}48)$$

2. 三相系統：功率基值是三相功率，電壓基值是線電壓，對 Y 接系統三相基值和單相基值關係：

功率基值 $$S_{3\phi,\text{base}} = 3\,S_{1\phi,\text{base}} \tag{1-49}$$

電壓基值 $$V_{\ell,\text{base}} = \sqrt{3}\,V_{p,\text{base}} \tag{1-50}$$

電流基值 $$I_{\ell,\text{base}} = \frac{S_{3\phi,\text{base}}}{\sqrt{3}\,V_{\ell,\text{base}}} = \frac{S_{1\phi,\text{base}}}{V_{p,\text{base}}} = I_{p,\text{base}} \tag{1-51}$$

阻抗基值 $$Z_{\text{base}} = \frac{(V_{\ell,\text{base}})^2}{S_{3\phi,\text{base}}} = \frac{(V_{p,\text{base}})^2}{S_{p,\text{base}}} \tag{1-52}$$

電機設備標么值常以本身額定值百分比表示，當此設備連接不同基值電力系統時，設備標么值必須轉換至以系統基值為準標么值，其轉換至新基值公式如下：

$$(S,\ P,\ Q)_{p\mu,\text{base }2} = (S,\ P,\ Q)_{p\mu,\text{base }1} \times \frac{S_{\text{base }1}}{S_{\text{base }2}} \tag{1-53}$$

$$V_{p\mu,\text{base }2} = V_{p\mu,\text{base }1} \times \frac{S_{\text{base }1}}{S_{\text{base }2}} \tag{1-54}$$

$$I_{p\mu,\text{base }2} = I_{p\mu,\text{base }1} \times \left(\frac{V_{\text{base }2}}{V_{\text{base }1}}\right) \times \left(\frac{S_{\text{base }1}}{S_{\text{base }2}}\right) \tag{1-55}$$

$$(Z,\ R,\ X)_{p\mu,\text{base }2} = (Z,\ R,\ X)_{p\mu,\text{base }1} \times \left(\frac{V_{\text{base }1}}{V_{\text{base }2}}\right)^2 \times \left(\frac{S_{\text{base }2}}{S_{\text{base }1}}\right) \quad (1\text{-}56)$$

對輸入一個沒有損失變壓器複數功率，等於其輸出複數功率。雖然變壓器兩側實際電壓，電流和阻抗不同，但因變壓器兩側電壓，電流和阻抗基值也不同，但最後變壓器兩側標么值仍會相同。

例 1-11

在 50 kVA，2400 V / 240 V 變壓器低壓側量得激磁電流 5.41A，以高壓側參考等效阻抗 $Z_H = 1.42 + j1.82\ \Omega$，若以變壓器額定為基值，試以標么值表示求在低壓側及高壓側：(1) 激磁電流；(2) 等效阻抗。

解 選定變壓器高壓側與低壓側電壓及容量為基值

$$V_{H,base} = 2400\ \text{V}，V_{L,base} = 240\ \text{V}，S_{base} = 50\ \text{kVA}$$

高壓側與低壓側電流與阻抗基值

$$I_{H,base} = \frac{S_{base}}{V_{H,base}} = \frac{50000}{2400} = 20.8 \quad A$$

$$I_{L,base} = \frac{S_{base}}{V_{L,base}} = \frac{50000}{240} = 208 \quad A$$

$$Z_{H,base} = \frac{V_{H,base}}{I_{H,base}} = \frac{2400}{20.8} = 115.2 \quad \Omega$$

$$Z_{L,base} = \frac{V_{L,base}}{I_{L,base}} = \frac{240}{208} = 1.152 \quad \Omega$$

(1)低壓側激磁電流標么值

$$I_{\phi L,p\mu} = \frac{I_{\phi L}}{I_{L,base}} = \frac{5.41}{208} = 0.026 \quad p\mu$$

以高壓側為參考激磁電流 0.541A，其標么值

$$I_{\phi H,p\mu} = \frac{I_{\phi H}}{I_{H,base}} = \frac{0.541}{20.8} = 0.026 \quad p\mu$$

(2)高壓側等效阻抗標么值

$$Z_{H,p\mu} = \frac{Z_H}{Z_{H,base}} = \frac{1.42 + j1.82}{115.2}$$

$$= 0.0123 + j\,0.0158 \quad p\mu$$

$Z_H = 1.42 + j1.82\ \Omega$ 等效阻抗轉換至低壓側

$Z_L = 0.0142 + j0.0182\ \Omega$，其標么值

$$Z_{L,p\mu} = \frac{Z_L}{Z_{L,base}} = \frac{0.0142 + j0.0182}{1.152}$$

$$= 0.0123 + j0.0158 \quad p\mu$$